

Série 4b Questions

Question 4b.1 – Maximal in plane shearing stress

Nous considérons un matériau pour lequel il est connu que la défaillance est causée par un cisaillement, et sa contrainte de cisaillement maximale avant défaillance (contrainte limite d'élasticité en cisaillement, τ_{yield}) a été mesurée comme étant 75 MPa. Une pièce mécanique fabriquée avec ce matériau est soumise aux contraintes indiquées à la Figure 4b.1.

Déterminer les valeurs de σ_y pour lesquelles la défaillance du matériau due à une contrainte de cisaillement trop élevée est observée.

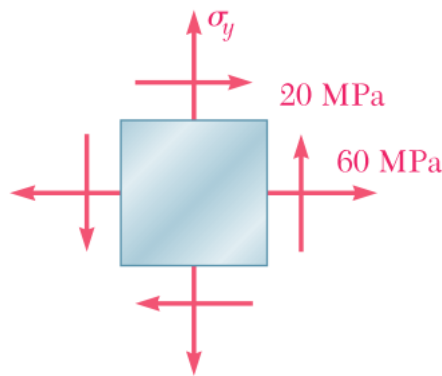


Figure 4b.1 – State of stress on a 2D element with unknown σ_y

Question 4b.1 - Text in English

We consider a material for which it is known that failure is due to shear stress, and its maximal shear stress before failure (shear yield stress, τ_{yield}) has been measured to be 75 MPa. A mechanical piece made of this material is submitted to the plane stresses shown in Figure 4b.1.

Determine the values of σ_y for which material failure due to maximum shear stress is observed.

Question 4b.2 – Axial load on glued joint

Deux éléments de section uniforme de $50 \times 80 \text{ mm}^2$ sont collés ensemble le long du plan 'a-a' qui forme un angle de 25° avec l'axe 'x' horizontal (Figure 4b.2). Nous considérons que le matériau de la poutre est dur et ne rompt pas, et nous examinons plutôt les conditions pour une défaillance dans le joint. Nous savons que les contraintes limites d'élasticité pour le joint collé sont différentes pour la contrainte normale perpendiculaire au joint ($\sigma_{\perp,yield}$) et la contrainte de cisaillement parallèle au joint ($\tau_{\parallel,yield}$). Elles sont respectivement $\sigma_{\perp,yield} = 800 \text{ kPa}$ et $\tau_{\parallel,yield} = 600 \text{ kPa}$.

Déterminer la valeur maximale de la charge verticale F qui peut être appliquée avant qu'une défaillance soit observée dans le joint (nous considérons qu'il s'agit d'un problème en 2D).

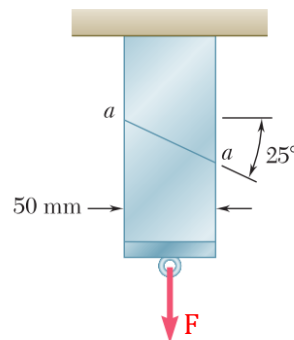


Figure 4b.2 – Vertical load on a glued joint

Question 4b.2 - Text in English

Two members of uniform cross section $50 \times 80 \text{ mm}$ are glued together along plane 'a-a' that forms an angle of 25° with the horizontal x-axis (Figure 4b.2). We consider that the material of the beam is tough and does not break, and expect failure in the glued joint instead. We know that the yield stresses for the glued joint are different for the normal stress on the joint ($\sigma_{\perp,yield}$) and for the shearing stress parallel the joint ($\tau_{\parallel,yield}$). They are respectively $\sigma_{\perp,yield} = 800 \text{ kPa}$ and $\tau_{\parallel,yield} = 600 \text{ kPa}$.

Determine the maximum value of the centric load F that can be applied before failure in the glued joint (we consider it a 2D problem).

Question 4b.3 – Tilted strain gauge

Une plaque d'aluminium avec le module de Young $E=72$ GPa et le coefficient de Poisson $\nu= 0.33$ est soumise aux contraintes normales σ_x et σ_y (voir la Figure 4b.3 ci-dessous). Une jauge de contrainte est collée à la plaque à un angle de 21° . La contrainte selon l'axe des 'x' est $\sigma_x = 86.4$ MPa. Le facteur de jauge de la jauge de contrainte est $GF=50$. La variation relative de résistance électrique observée est de $47.3 \cdot 10^{-3}$.

$$GF = \frac{1}{\varepsilon_{along}} \frac{\Delta R}{R}$$

- (a) Quelle est la contrainte de cisaillement maximale, τ_{max} , dans le plan?
 (b) Quelles sont les déformations axiales relatives le long des axes x, y et z ?

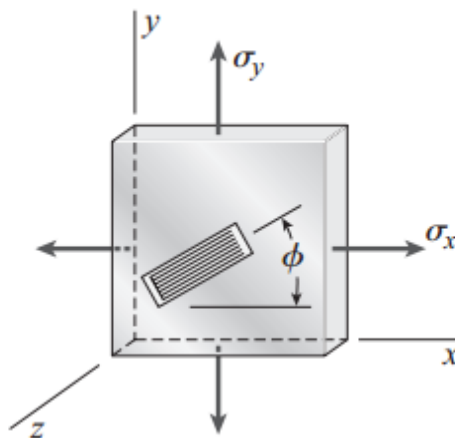


Figure 4b.3 – Strain gauge on a 3D element

Question 4b.3 - Text in English

An Aluminum plate with Young modulus $E = 72$ GPa and Poisson's ratio $\nu = 0.33$ is loaded in biaxial stress by normal stresses σ_x and σ_y (see Figure 4b.3 below). A strain Gauge is bonded to the plate at an angle of 21° . The stress $\sigma_x = 86.4$ MPa. The gauge factor of the strain gauge is $GF = 50$. The relative electrical resistance variation observed is $47.3 \cdot 10^{-3}$.

$$GF = \frac{1}{\varepsilon_{along}} \frac{\Delta R}{R}$$

- (a) What is the maximum in-plane shear-stress τ_{max} ?
 (b) What are the axial strain parameters along x,y and z?

Question 4b.4 – Temperature change in beam

Partie 1 :

Une poutre, fixée à ses deux extrémités, avec une section transversale carrée, comme illustré à la Figure 4b.4 (partie 1), a un module de Young de $E=200$ GPa, un coefficient de dilatation thermique de $\alpha = 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, une épaisseur de $h_0 = 1$ cm et une longueur de $L=1$ m. La contrainte limite d'élasticité longitudinale de la poutre est de $|\sigma_{yield}| = 30$ MPa, et la contrainte limite d'élasticité de cisaillement $\tau_{yield} = 10$ MPa. La poutre est soumise à un changement de température ΔT positif.

- Quelle est la variation de température, ΔT , nécessaire pour que la défaillance du matériau soit due à une contrainte longitudinale?
- La défaillance sera-t-elle attribuable à une contrainte de compression ou de traction?
- Pour un changement de température ΔT donné, quelle est la contrainte de cisaillement maximale et l'angle de rotation θ auquel se trouve cette contrainte de cisaillement?
- Quelle est le variation de température, ΔT , nécessaire pour que la rupture du matériau soit due à une contrainte de cisaillement?

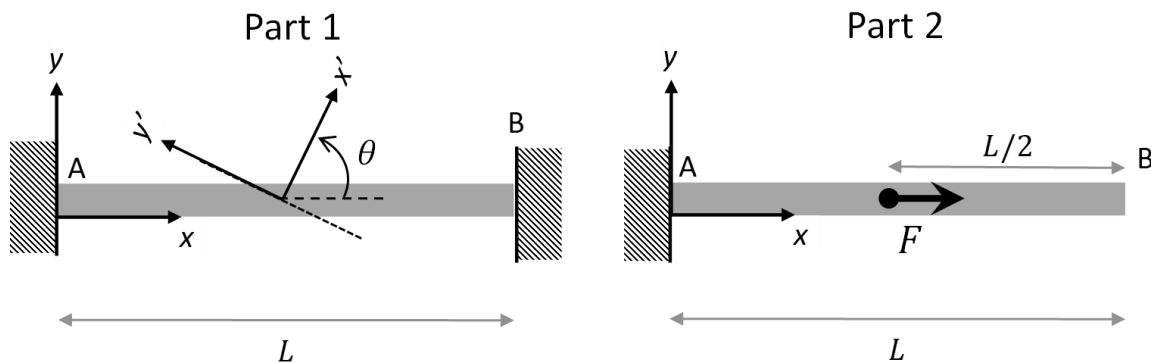


Figure 4b.4 – Part 1: Temperature change in a beam clamped on both ends – Part 2: Temperature change in a beam clamped on one side with an applied load F

Partie 2 :

La poutre est maintenant fixée à une seule extrémité et subit également une force F appliquée au point central, comme le montre la Figure 4b.4 (partie 2).

- Si $\Delta T=50$ K, quelle est la force maximale F avant défaillance du matériau?
- Cette défaillance est-elle attribuable à des contraintes longitudinales ou de cisaillement?
- De combien est l'allongement total de la barre juste avant la défaillance?

Question 4b.4 - Text in English

Part 1:

A beam, clamped of both ends, with a square cross section, shown in Figure 4b.4 (Part 1), has a Young's Modulus $E = 200$ GPa, coefficient of thermal expansion $\alpha = 10^{-6}$ K⁻¹, thickness $h_0 = 1$ cm and length $L = 1$ m. The longitudinal yield stress of the beam is $|\sigma_{yield}| = 30$ MPa and the shear yield stress $|\tau_{yield}| = 10$ MPa. The beam undergoes a positive ΔT .

- (a) What is the necessary ΔT to have material failure due to longitudinal stress?**
- (b) The failure will be due to compressive or tensile stress?**
- (c) For a given temperature change ΔT , what is the maximum shear stress and the angle of rotation θ at which this shear stress is found?**
- (d) What is the necessary ΔT to have material failure due to shear stress?**

Part 2:

The beam is now only clamped on one end and undergoes also a force F applied in the middle point, as shown in Figure 4b.4 (Part 2).

- (e) If $\Delta T = 50$ K, what is the maximum force F before failure?**
- (f) Is that failure due to longitudinal or shear stress?**
- (g) How much is the total elongation of the bar just before failure?**

Question 4b.5 – Von Mises criterion and safety factor

L'état de contrainte dans le plan représenté dans la Figure 4b.5 se produit dans une pièce en acier avec $\sigma_{\text{yield}} = 315 \text{ MPa}$ (la contrainte limite d'élasticité de cet acier).

À l'aide du critère de Von Mises, déterminer si la limite d'élasticité est dépassée pour (a) $\tau_{xy} = 63 \text{ MPa}$, (b) $\tau_{xy} = 140 \text{ MPa}$. Si ce n'est pas le cas, déterminer le facteur de sécurité correspondant.

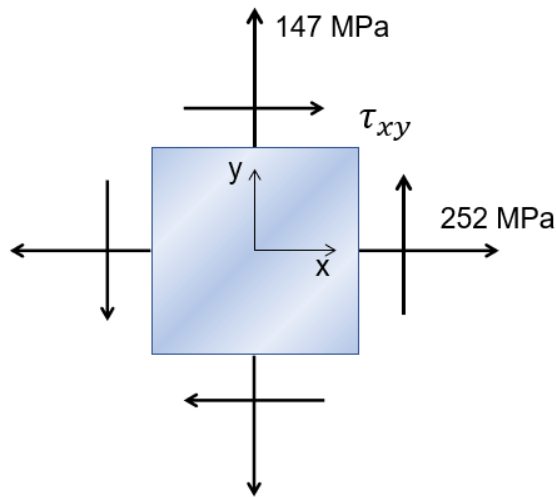


Figure 4b.5 – State of stress on a 2D element with varying τ_{xy}

Question 4b.5 - Text in English

The state of plane stress shown in Figure 4b.5 occurs in a machine component made of a steel which has a σ_{yield} of 315 MPa.

Using the Von Mises criterion, determine whether yield will occur when (a) $\tau_{xy} = 63 \text{ MPa}$, (b) $\tau_{xy} = 140 \text{ MPa}$. If yield does not occur, determine the corresponding Safety Factor (SF_{VM}).

OPTIONAL - Question 4b.6 – Coated AFM tip

Les pointes des microscopes à force atomique (atomic force microscope - AFM) peuvent être revêtues d'une fine couche d'un matériau plus robuste pour augmenter leur résistance aux charges appliquées. Considérer une représentation simplifiée d'un tel système, comme le montre la Figure 4b.6. La pointe est faite de silicium et recouverte de diamant. Les dimensions de la pointe et l'épaisseur du revêtement sont indiquées à la figure 4b.6 et ont les valeurs suivantes : $R = 0.5 \mu\text{m}$, $r = 0.2 \mu\text{m}$, $L = 3 \mu\text{m}$, $t = 50 \text{ nm}$. Les valeurs du module élastique et de la contrainte limite d'élasticité pour le silicium et le diamant sont respectivement $E_{\text{Si}} = 140 \text{ GPa}$, $\sigma_{\text{yield,Si}} = 165 \text{ MPa}$ et $E_{\text{D}} = 1200 \text{ GPa}$, $\sigma_{\text{yield,D}} = 1.2 \text{ GPa}$. L'AFM est utilisé en mode contact, et la force appliquée à son extrémité est mesurée à 50 nN . Considérer que les forces internes respectivement dans le silicium et le diamant sont uniformes et constantes sur la longueur de la pointe.

Conseil : considérer que l'épaisseur du revêtement est beaucoup plus petite que le rayon de la pointe en tout point ($t \ll R, t \ll r$).

- Calculer les forces internes, respectivement dans la pointe de silicium et dans le revêtement en diamant.
- Quels sont les facteurs de sécurité (FS) pour cette force appliquée pour la pointe et le revêtement, respectivement?
- Quel serait le facteur de sécurité (FS) pour la pointe si le revêtement n'était pas présent?

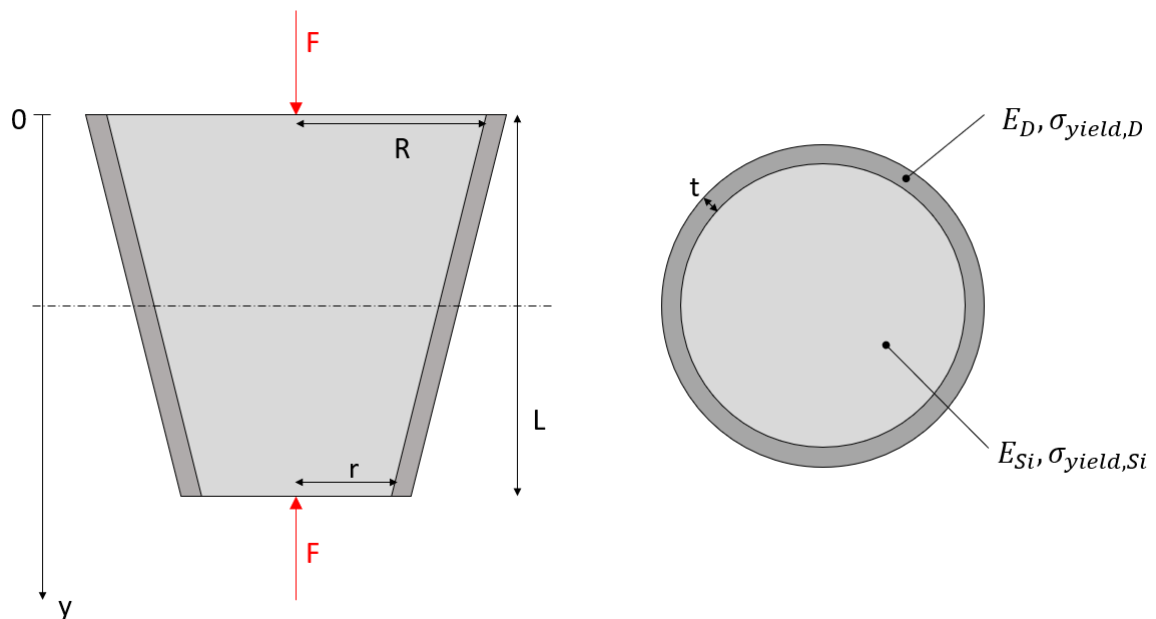


Figure 4b.6 – A simplified representation of a coated AFM tip

Question 4b.6 - Text in English

The tips of atomic force microscopes (AFM) can be coated to increase their resistance to the loads applied on them. Consider a simplified representation of such a system, as seen in Figure 4b.6. The tip is made of silicon and coated with diamond. The dimensions of the tip and the thickness of the coating are indicated in Figure 4b.6 and have the following values: $R = 0.5 \mu\text{m}$, $r = 0.2 \mu\text{m}$, $L = 3 \mu\text{m}$, $t = 50 \text{ nm}$. The values of the elastic modulus and yield stress for the silicon and the diamond are respectively $E_{\text{Si}} = 140 \text{ GPa}$, $\sigma_{\text{yield,Si}} = 165 \text{ MPa}$ and $E_{\text{D}} = 1200 \text{ GPa}$, $\sigma_{\text{yield,D}} = 1.2 \text{ GPa}$. The AFM is used in contact mode, and the force applied on its tip is measured to be 50 nN . Consider that the internal forces in the silicon and the diamond are uniform and constant across the length of the tip.

Hint: consider that the thickness of the coating is much smaller than the radius of the tip at any point ($t \ll R, t \ll r$).

- (a) Calculate the internal forces respectively in the silicon tip and in the coating part.**
- (b) What are the safety factors (SF) with this applied force for the tip and the coating, respectively?**
- (c) What would be the safety factor (SF) for the tip if the coating was not present?**